

Departement 1  
Studiengang Sonderpädagogik  
Vertiefungsrichtung Schulische Heilpädagogik  
Schwerpunkt Pädagogik bei Schulschwierigkeiten



## Zahlenstrahl und einfache Bruchzahlen

Flexibles Interview und ein Erfahrungsbericht zum Verständnis der Bruchzahlen, welche mit geometrischen Modellen dargestellt werden

Stefan Meyer, HfH

Revidierte Version 30.01.2010; 13.12.2013; 12.08.2015

# Einführung der Versuchsperson und Vorübung mit dem Zahlenstrahl

Einführung durch die Versuchleiterin, den Versuchsleiter:

„Andrea, z.B., ich danke dir, dass du mit mir zusammen arbeitest. Du siehst, es hat Bilder, Zahlen, Würfel, einen Computer (oder Laptop) und Zeichenmaterial auf dem Tisch. Ich werde dir dazu Fragen stellen. Du kannst frei heraus sagen, was du denkst. Du kannst auch schreiben, zeichnen oder malen, wenn du möchtest.“

Instruktion:

VL. : „Zeichne einen Zahlenstrahl etwa bis zur Zahl 10 und erkläre mir, was er ist!“ (A4-Blatt und Bleistift bereit halten. Die Antworten des Kindes und die Fragen des VL notieren. Die Zeichnung weglegen, sie wird nicht mehr gebraucht. Arbeite mit der Vorlage S. 8!

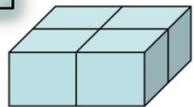
Wenn das Kind noch keinen Begriff davon hat, bietet man ihm abgestuft Hilfestellungen an. Lass das Kind nach der Hilfestellung mit einem leeren Blatt eine eigene Variante erstellen, kontrolliere und notiere, was es wie verstanden hat und wie es das erläutern kann.

- H1) Einen Strich zeichnen (VL) und das Kind auffordern Zahlen einzutragen.
- H2) Einen Zahlenstrahl zeichnen und die Zahlen 1 bis 3 eintragen, dann das Kind weiterfahren lassen bis zur Zahl 10 eintragen.
- H3) Einen Zahlenstrahl zeichnen und die Zahlen bis zur Zahl 10 eintragen und mündlich erläutern (alles VL).

Danach wird die Testfrage 1 gestellt.

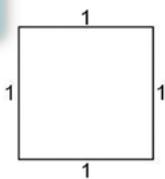
# Die flexiblen Interviews, geordnet nach den Schwierigkeitsgraden ( $p$ )

1



$p = .80$   
 $n = 193$

2



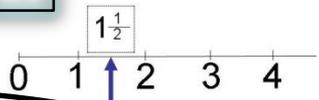
$\frac{1}{4}$   
 $p = .76$   
 $n = 156$

3



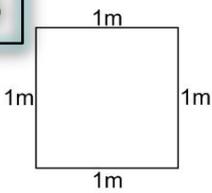
$p = .50$   
 $n = 203$

4

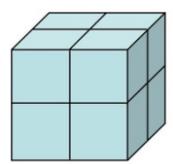
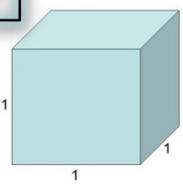


$p = .50$   
 $n = 201$

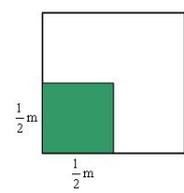
5



6

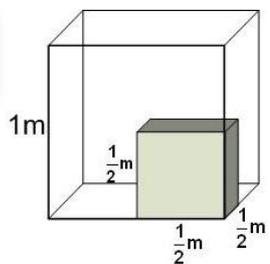


$p = .20$   
 $n = 166$

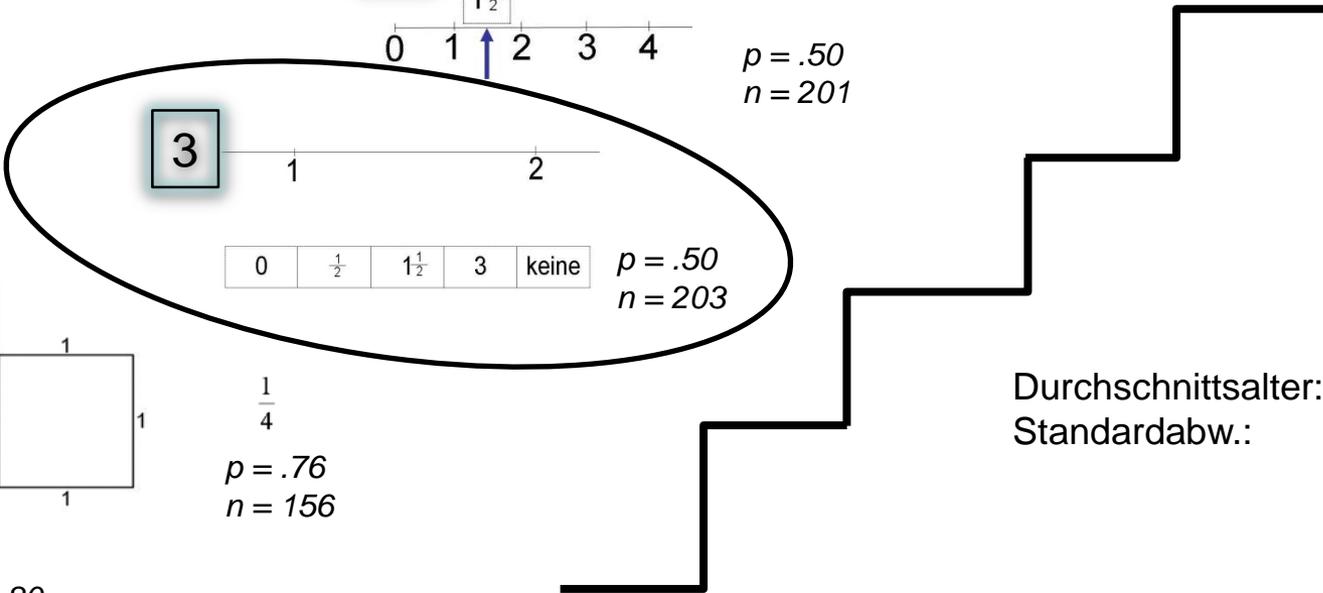


$p = .20$   
 $n = 166$

7



$p = .23$   
 $n = 164$



Durchschnittsalter: 10;8J.  
Standardabw.: 3;4J.

# Instruktion 1:

## Zahlenstrahl und einfache Bruchzahlen

VL. : Hier beim Zahlenstrahl ist die 1, da ist die 2.

Nun frage ich dich: Welche von diesen Kärtchen mit Zahlen passt *zwischen* die 1 und die 2 (mit dem Finger zwischen der 1 und der 2 hin- und her fahren)?

Ist es diese, diese... ? (mit dem Finger die Kärtchen der 0  $\frac{1}{2}$   $1\frac{1}{2}$  3 zeigen) oder passt gar keine dazu, auf das „keine“-Kärtchen zeigen.

Wähle das aus, was deiner Meinung nach zwischen die 1 und die 2 gehört!“

Frage nach der Begründung (VL): „Erkläre mir, weshalb du diese Karte gewählt hast.“ (Wenn mehrere Karten gewählt werden, lässt man sie einzeln erklären. Notiere die Antworten und berücksichtige die Wahl bei der Interpretation. Du kannst dem Kind, wenn es interessiert, zeigen, wie *du* die Aufgabe löst.)

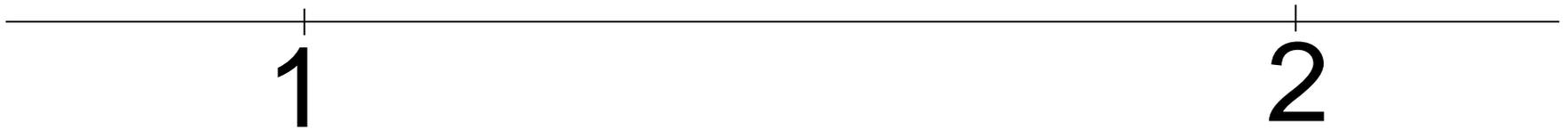
Testanlage:



0	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	3	keine
---	---------------	----------------	---	-------

# Versuchsanlage 1:

(die Kärtchen unterhalb des Ausschnittes des Zahlenstrahls immer in derselben Reihenfolge hinlegen)



0

$\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$

3

keine<sub>5</sub>

# Kopiervorlage für die Zahlenkarten zur Versuchsanlage 1

0	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	3	keine
---	---------------	----------------	---	-------

# Theoretische Bezüge

In einer breit angelegten Studie mit multiplen Korrelationsberechnungen an 334 Sechstklässlern in den USA erwies sich das Schätzen am Zahlenstrahl mit ganzen Zahlen als herausragender Prädiktor für Bruchzahlkonzepte und Operationen mit Bruchzahlen.

Flexible Interviews zum Umgang mit dem Zahlenstrahl wie auch die Denkschulung am Zahlenstrahl stellen ausgezeichnete Grundlagen her für die Einsicht in die Bruchzahlkonzepte und die Operationen.

## Literatur:

Hansen, N., Jordan, N.C., Fernandez, E., Robert S. Siegler, R.S., Fuchs, L., Gersten, R., Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, 35(July-September), 34-49.

# Analyse und Einsichten zum flexiblen Interview mit dem Zahlenstrahl

Die Heilpädagogin, hatte mit einer 15j. Schülerin einer Sonderschule gearbeitet, welche sich für Bruchrechnungen interessierte. Der Film wurde während des Wahlmoduls 135 von einer Gruppe von Studierenden analysiert. Der Film dokumentiert ein umfassendes flexibles Interview. Nach einer ersten Sharing-Runde konzentrierte sich das Gespräch auf die folgenden Punkte.

1. Der Fokus auf die Arbeit, die Zielsetzung und die Hypothesen trägt dazu bei, dass man die Antworten des Kindes oder der Jugendlichen gut aufnehmen kann und man den roten Faden in den Händen halten kann.
2. Im flexiblen Interview müssen nicht alle Antworten der Person sofort untersucht werden. Man kann gewisse Themen auch später untersuchen. So zum Beispiel die Annahme der Jugendlichen, dass hinter der Null keine weitere Zahlen mehr kommen.
3. Das Material erlaubt, dass man die Aufgaben klar stellen kann.
4. Neben den allgemeinen Hinweisen zur Gesprächsführung ist bei diesem Versuch aufgefallen, dass das Zusammenfassen von Gedanken die Pädagogin zu suggestiven Fragen verleitet. Da würden Fragen helfen wie: «Ich habe deinen letzten Gedanken vergessen, kannst du es nochmals sagen.» Oder: «Jetzt hast du mir viele Sachen gezeigt, was sind die wichtigsten Gedanken darüber?»
5. Die Jugendliche gestikuliert und benutzt die

Analogie mit den Äpfeln, um zu erläutern, was mit den Bruchzahlen gemeint ist. Das ist ein *Emergent*. D.i. eine bedeutungsvolle Metapher aus der bewussten und unbewussten Erfahrungswelt der Jugendlichen.

6. Im flexiblen Interview wurden die Äpfel gezeichnet und besprochen. Das kann zu langwierigen und statischen Abhandlungen führen.
7. Es wäre nützlicher, wenn man einen Stapel mit Kärtchen bereit hielte. So könnte man ganze Äpfel ausschneiden, halbieren und als operative Anschauungsmittel verteilen. In einem weiteren Schritt würde man Zahlenkärtchen dazu legen lassen und die logische Beziehung zwischen den Äpfeln und den Zahlen herstellen lassen. So könnte die Jugendliche vom ikonischen Modell u.U. rascher zu den Zusammenhängen der Zahlen kommen:  $3 = 1 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{2}$ .
8. Umgekehrt könnte man prüfen, ob die Jugendliche den Begriff des Verdoppelns beherrscht. Wenn ja, so wäre es ein Hinweis, dass ihr Denken und Handeln in diesem Bereich reversibel ist (Halbieren-verdoppeln, Bild-Zahlen).
9. Es ist nützlich, dieses flexible-kritische Interview mit der Schülerin zu wiederholen. Damit kann man den Lerngewinn bei der Schülerin, aber auch die eigene methodische Kompetenz erneut auf einen Prüfstand stellen.

Ich danke den Studierenden des Wahlmoduls 135, 2013, sehr.