

Studie über das Verständnis von Stellenwerten

Wie ein flexibles Interview durchgeführt und metakognitives Denken gefördert werden kann

Stefan Meyer (10.01.2020)

Abstract

The essay presents a flexible interview from Sharon Ross (1986) about the decimal place value, which was published by Constance Kamii (1989). Since 1991 I used it in workshops and diagnostics in the School Psychology of the Canton of Solothurn. Since 2001, various studies and thousands of case studies have been carried out at the HfH, in which this task has been replicated and further developed (Brugger et al., 2007). The task was presented in the MKT-2 to a representative sample of 267 children from German-speaking Switzerland and the Principality of Liechtenstein. 44% of second graders were able to complete it at the end of the school year (see Meyer & Wyder, 2017).

The essay explains how to conduct a flexible interview in a *pedagogical situation*. Subsequently, metacognitive questions are suggested, which are carried out in free conversation with the children or with groups.

Einleitung

Der Essay stellt ein flexibles Interview von Sharon Ross 1986 vor, welches von Constance Kamii (1989) in Buchform publiziert worden ist. Ich habe es 1991 für den Schulpsychologischen Dienst des Kantons Solothurn übersetzt und in der Weiterbildung sowie der Diagnostik eingesetzt. Von 2001 an wurden an der HfH verschiedene Studien und tausende von Fallübungen durchgeführt, in denen diese Aufgabe repliziert und weiterentwickelt worden ist (Brugger et al., 2007). Die Aufgabe wurde im MKT-2 einer repräsentativen Stichprobe von 267 Kinder aus der deutschen Schweiz und dem Fürstentum Liechtenstein vorgelegt. 44% der Zweitklässler konnte sie am Ende des Schuljahres lösen (vgl. Meyer & Wyder, 2017).

Die Erforschung der Entwicklung des Verständnisses des dezimalen Stellenwertsystems wurde weltweit vorangetrieben (vgl. z.B. Cervasoni, 2011; Herzog et al., 2019). – Auf den Punkt gebracht lauten die Ergebnisse, dass sich das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems über mehrere Jahre entwickelt und erst in der 5. Primarstufe von den meisten Kindern verstanden wird. Herzog et al. (2019) weisen darauf hin, dass das Verständnis auch bei grossen Zahlen untersucht und auf den höheren Schulstufen geübt werden muss.

Die Förderung ist anspruchsvoll, vielseitig und erfordert Weitblick (vgl. Moser Opitz, 2007; Rufin, 2008). Ein Aspekt, der im Zusammenhang mit dem flexiblen Interview besonders hervorgehoben werden soll, ist die Schulung des Denkens mit Hilfe der Metakognition. Diese besteht im Prinzip aus einer Mischung der Maximen von Piaget, nämlich der reflexiven Abstraktion sowie der Ko-Konstruktion von Wissen und Einsicht nach Wygotski (vgl. Adey, 2008). Das bedeutet, dass das flexible Interview nicht nur statisch etwas «messen» soll, sondern dass die Methode eingebettet wird in ein Experiment mit dem metakognitiven Denken.

Zuerst wird exemplarisch erläutert, wie ein flexibles Interview zum Verständnis des dezimalen Stellenwerts durchgeführt wird. Im Anschluss werden metakognitive Fragen vorgeschlagen, welche in freier Konversation mit den Kindern und Jugendlichen oder mit Gruppen durchgeführt werden.

Pädagogische Vorbemerkung zum ersten Teil

Der erste Teil enthält die Übersetzung eines flexiblen Interviews, welches von Ross (1986, zitiert nach Kamii, 1989, S.15-16) erprobt und validiert worden ist. – Das flexible Interview wurde von Piaget und den Mitarbeiterinnen auch als Methode der kritischen Exploration bezeichnet (vgl. Inhelder, Sinclair & Bovet, 1974), welche im Essay für eine *pädagogische Situation* vorbereitet wird. Damit diese Situation als etwas Bedeutsames und Freudvolles erfahren werden kann, sollten die Kinder oder Jugendlichen einige Tage im Voraus über die Hauptpunkte informiert werden:

- **Die Einladung und die Information über die Erkenntnisinteressen der Pädagogin oder des Pädagogen:** «Hallo NN, ich möchte dich zu einem Arbeitstreffen einladen. Du und ich untersuchen in einem Gespräch, was du über die Bedeutung der Zahlen weisst. Dabei werden wir auch mit Zahlen und mit Material experimentieren, wie richtige Forscher und Forscherinnen. Das, was wir herausgefunden haben, werden wir im Unterricht und in Gesprächen mit den Eltern weiterverwenden.»

- **Einblick geben in das Material, das Wecken der Aufmerksamkeit und der Wortschatz:** «Es freut mich, dass du mitmachen möchtest. Sieh mal, hier ist das Material (Holzstäbchen, Salzstangen, Geld: Münzen und Banknoten, Dienes-Material, Papier, Schreibzeug). Damit werden wir morgen arbeiten.»

Wenn das Kind oder der Jugendliche die Gegenstände noch nicht benennen kann, so sollte dies im Prozess der Vorbereitung vorgenommen werden. «Du kannst die Gegenstände morgen in diese Schachtel einpacken.» Die Delegation der Vorbereitungsarbeit soll beim Kind oder dem Jugendlichen den Wortschatz sichern helfen.

- **Einstimmung mit einem Gespräch:** Das flexible Interview – die Methode der kritischen Exploration ist das Gegenteil von Abfragen! Girtler (2009) erinnert in diesem Zusammenhang an Gespräche in der Odysse von Homer und definiert den Begriff des «ero-epischen Gesprächs»:

Beim ero-epischen Gespräch sind beide, Forscher und Gesprächspartner, möglichst gleichgestellt. Im Eigenschaftswort "ero-episch" stecken die altgriechischen Wörter "Erotema" und "Epos". "Erotema" heißt die "Frage" beziehungsweise "eromai" fragen, befragen und nachforschen. Und "Epos" bedeutet "Erzählung". "Nachricht", "Kunde", aber auch "Götterspruch", beziehungsweise "eipon" "erzählen". Der von mir erfundene Begriff "ero-episches" Gespräch in der Tradition von Homer soll also darauf verweisen, dass Fragen und Erzählungen kunstvoll miteinander im Gespräch verwoben werden. Eben auf das kommt es beim Forschungsgespräch an. Der Terminus ero-episches Gespräch drückt das gut aus. Wenn man bei Homer nachliest, versteht man, was ich mit diesem will. (...)

Diese Gespräche finden bei Homer meist in einer Situation statt, in der sich die Beteiligten wohl fühlen, (...). (ebd., S. 70)

Die pädagogisch-psychologische Vorbereitung wird in Anlehnung an Piaget und Mitarbeiterinnen (vgl. Inhelder, Sinclair & Bovet, 1974) wie folgt auf den Punkt gebracht: die Forschungsinteressen sowie die pädagogischen Interessen und Zielsetzungen werden in einer bedeutsamen Situation in ein Gespräch, der «conversation libre», in gemeinsames Handeln und in metakognitives Denken integriert und entwickelt.

Nun folgt die Übersetzung des flexiblen Interviews, welches von Ross (1986, zitiert nach Kamii, 1989, S.15-16) publiziert worden ist.

Versuchspersonen

60 Kinder, Primarklasse 2-5, 15 pro Klasse. Zufallsstichprobe aus 33 Klassen, aus 5 Primarschulen.

Ort: Butte County, Californien.

Auswahl der Schulen unter Berücksichtigung von Stadt-Land, öffentlich-privat, unterschiedlichen Mathematikbüchern, Schulgrössen, soziale Schicht.

Die individuellen Interviews

Jedem Kind werden 25 Holzstäbchen vorgelegt.

„Zähle die Stäbchen und schreibe die Zahl auf“ (Blatt und Schreibzeug bereitlegen).

Versuchsleitung (VL) umkreist die Ziffer 5 von 2(5) und fragt:

„Hat dieser Teil irgendetwas damit zu tun, wie viele Stäbchen du hast?“

VL notiert die Antworten, vielleicht macht das Kind noch andere Angaben.

VL umkreist die Ziffer 2 von (2) (5) und fragt:

„Hat dieser Teil irgendetwas damit zu tun, wie viele Stäbchen du hast?“

VL notiert die Antworten, vielleicht macht das Kind noch andere Angaben.

Tabelle 1: Die vier Niveaus der Antworten

Niveau 1	Die zweistellige Zahl repräsentiert die Menge der Objekte (alle 25 Stäbchen). Das Kind ist jedoch überzeugt, dass die zwei einzelnen Ziffern in der zweistelligen Zahl keine zahlenmässige Bedeutung haben.
Niveau 2	Die zweistellige Zahl repräsentiert die ganze Menge (25 Stäbchen). Das Kind „erfindet“ Bedeutungen für die einzelnen Ziffern. Die Interpretationen haben <i>keinen</i> Bezug zur Idee des Stellenwertes (Zehner, Einer). Beispiel: Bei 25 Stäbchen bildet die „5“ eine Gruppe von 5 Stäbchen, die „2“ eine Gruppe von 2 Stäbchen.
Niveau 3	Die zweistellige Zahl repräsentiert die ganze Menge von 25 Objekten. Die einzelnen Ziffern bedeuten Zehner oder Einer. Das Kind weiss aber nur ungenau, wie das funktioniert. Die Summe der Teile muss nicht mit dem Ganzen übereinstimmen. <ul style="list-style-type: none"> • Typ A: Die Bedeutung der Stellenwerte wird nicht vollständig oder bloss schwankend zugeordnet. • Typ B: Beide Stellenwerte bedeuten Einer. • Typ C: Das Kind verwechselt die Stellenwerte: Einer anstatt Zehner, Zehner anstatt Einer.
Niveau 4	Die zweistellige Zahl repräsentiert die ganze Menge von 25 Objekten. Die einzelnen Stellen sind teile der ganzen Zahl. Sie bestehen aus den Gruppen der Zehner und Einer. Das Ganze ist gleich wie die Summe der Teile.

Tabelle 2: Die Leistungsniveaus bei der Stäbchenaufgabe

Klasse	Leistungs-Niveau			
	1	2	3	4
2	5	2	5	3
3	7	1	2	5
4	0	7	0	8
5	1	4	0	10
Total	13	14	7	26

N = 15 Kinder pro Klasse

Chi-Quadrat = 30.1 df=9 p kleiner .0004

(nachgerechnet Stefan Meyer: Spearmanns Rho = 0.33, empirische Signifikanz = 99%)

Kommentar (Stefan Meyer)

Die Vorbereitung des flexiblen Interviews sowie das Gespräch mit dem Kind oder dem Jugendlichen prägen den Inhalt und den Verlauf der kritischen Exploration.

Die Menge der Stäbchen (oder anderer Objekte) sollte sich auf die Welterfahrung, die Interessen und die Fragen bzw. Probleme des Kindes mit den Zahlen beziehen. Wenn das Kind oder der Jugendliche im Vorfeld zeigen kann, wie er Gegenstände, Geld oder Darstellungsmittel zählt, so können und müssen die Fragestellungen angepasst werden. Aus diesem Grund trägt dieses Vorgehen den Namen «Methode der kritischen Exploration». Der Prozess soll dialogisch, flexibel, adaptiv und mit Freude gestaltet werden.

Es lohnt sich, wenn man die Menge vom Kind auswählen lässt, wobei darauf zu achten ist, dass es mindestens 10 Objekte sind, weil ja das Verständnis der Stellenwerte geprüft werden soll. – Bei älteren Kindern können grössere Mengen durch Geldbeträge dargestellt werden.

Wenn das Kind Mühe hat mit dem Zählen (z.B. der Eins zu Eins – Zuordnung, so kann nach Absprache mit ihm im Chor gezählt werden. Auch das Schreiben darf unterstützt werden, indem sich die VL als Sekretärin oder als Sekretär vorstellt. Tauchen Sie in ein Rollenspiel ein, wenn das Kind oder der Jugendliche dafür sind: «Wir wären jetzt Zahlenforscher; du wärest der Forscher und ich die Assistentin, die dich immer wieder fragt, was sie notieren soll; etc.»

Die Untersuchungssituation ist frei und kreativ. Die Beziehung und die Emotionen münden in die Freude über das gemeinsame kritische Explorieren (das ist das Hauptmerkmal des flexiblen Interviews). D.h. es ist kritisch in Bezug auf das Verstehen und die Einsichten des Kindes *und* der Versuchsleiterin. Stellt man in einer Testphase fest, dass das Kind etwas nicht weiss oder «fehlerhaft» denkt, so kann die Versuchsleiterin auf Bitte des Kindes eine Antwort modellieren, im Sinn von: «Als deine Assistentin würde ich diese Aufgabe so anpacken und lösen.» Manipuliere dazu mit dem Material und denke laut nach. – Experimentiere bewusst mit Vergesslichkeit, um zu untersuchen, wie das Kind im Denk- und Lösungsprozess mitgeht und zeigen kann, was es versteht.

Metakognitives Denken pflegen

Im Anschluss an die explorative Phase werden dem Kind je nach dem Niveau der Antworten metakognitive Fragen vorgelegt. Es soll darauf geachtet werden, dass das Gespräch frei, wertschätzend und in freundschaftlichem Ton gehalten wird (vgl. Adey, 2008). Auf keinen Fall soll auf Richtigkeit, sondern auf die logisch-mathematische Wahrheit von Aussagen hingearbeitet werden. Es ist eine nachhaltige Schulung des Denkens, ähnlich den sokratischen Dialogen oder dem Sprachspiel nach Wittgenstein (1980). Man trifft sich regelmässig für solche Denkschulungen, setzt sich mit kognitiven Konflikten, mit «Fehlern», mit Erinnerungen, mit Vermutungen und mit Einsichten auseinander. Was heute nicht erklärt, begründet und bewiesen werden kann, wird vielleicht morgen mit Freude als Entdeckung geschildert.

Tabelle 3: Auswahl metakognitiver Fragen (mF)

mF in Bezug auf Niveau 1	<p>«Du hast die Anzahl eindeutig bestimmen können (25 Stäbchen). Woran erkennst du, wie man eine Anzahl korrekt bestimmen kann? Woran muss man denken?»</p> <p>«Die Anzahl ist eindeutig bestimmt – welcher Gedanke sagt dir, dass diese beiden Ziffern 2-5 von 25 nichts mit der Anzahl zu tun haben?» «Erfinde Begründungen.»</p> <p>«Schildere deine Gedanken beim Zählen.»</p>
mF in Bezug auf Niveau 2	<p>«Du hast die Menge gezählt und eine zweistellige Zahl (25) notiert.» «Worauf hast du Acht gegeben, als du die Zahl 5 mit 5 Stäbchen und die Zahl 2 mit 2 Stäbchen dargestellt hast? Wie würdest du einem Kameraden erklären, worauf er bei der Darstellung achten muss? Woran erkennst du, ob eine Erklärung wahr ist?»</p>
mF in Bezug auf Niveau 3	<p>«Du hast die Menge gezählt und eine zweistellige Zahl (25) notiert, dabei war auch von Einern und Zehnern die Rede. Die Erklärungen sind schwankend, das ist spannend. Deshalb denken wir nun über dieses Denken nach.»</p> <p>Das Kind weiss aber nur ungenau, wie das funktioniert. Die Summe der Teile muss nicht mit dem Ganzen übereinstimmen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Typ A: «Worauf soll ein Kind, eine Kameradin achten, wenn sie bei der Darstellung und dem Zuordnen noch schwankt? Welcher Gedanke zeigt, dass etwas sicher dargestellt werden kann? Welcher Gedanke bringt das Schwanken zum Ausdruck?» • Typ B: «Es ist wahr, was du gezählt und geschrieben hast. – Welcher Gedanke zeigt dir, dass beides Einer bzw. beide Ziffern Zehner sind? Wie begründest du, dass beide Einer bzw. beide Zehner sind? – Erfinde Gedanken, formuliere Begründungen!» • Typ C: «Es wird auseinandergehalten, dass an einer Stelle die Einer, bei der anderen die Zehner sind. – Woran muss man denken, wenn man die Stellen einteilen soll? Wie erklärst du einer Kameradin, warum hier die Einer und da die Zehner sein müssen? – Wie kann einem Kameraden, der noch schwankt, mit Gedanken gezeigt werden, was wahr ist? – Welche Gedanken spielen bei sogenannten Verwechslungen eine Rolle? Welcher Gedanke sagt dir, dass es sich um eine Verwechslung handeln muss?» Erfindet mögliche Fragen, erfindet Erklärungen, erfindet Begründungen.»
mF in Bezug auf Niveau 4	<p>Die zweistellige Zahl repräsentiert die ganze Menge von 25 Objekten. Die einzelnen Stellen sind Teile der ganzen Zahl. Sie bestehen aus den Gruppen der Zehner und Einer. Das Ganze ist gleich wie die Summe der Teile:</p> <p>«Du siehst die Stäbchen und die Zahl 25, denke laut darüber nach, weshalb sie dies und das bedeuten. Erfinde Gedanken, mit denen man die Bedeutung einer Kameradin erklären kann. Worauf muss ich achten, dass die Erklärung und die Darstellungen und die Begründungen wahr sind?»</p>

Exploriere die Denkschulungen kritisch und kreativ mit diesen Fragen. Beziehe die Fragen auf das Antwort-Niveau. Tüftele an den Formulierungen. Wenn die Kinder am Anfang diese Form und die Prozesse des Denkens nicht verstehen, so *inszeniere* es modellhaft mit der Teamteaching-Partnerin oder mit einem Plüschtier. Integriere Fehler und kognitive Konflikte ganz bewusst in die Denkschulung, sie sind wertvollste Rohstoffe für die Bildung des logisch-mathematischen Denkens und der Handlungskompetenzen (LP 21) (vgl. Kramarski & Zoldan, 2008). Die Forschungen zur kognitiven Akzeleration haben bewiesen, dass die Schulung des Denkens schon im Kindergarten beginnen kann (vgl. Adey, 2008).

Literatur

- Adey, P. (2008). *Let's Think! Handbook. A Guide to Cognitive Acceleration in the Primary School*. London: GL assessment.
- Brugger, C., Sidler, A., Meyer, S. (2007). Stellenwerte des Zehnersystems verstehen (unveröffentl. Forschungsbericht). Zürich: Hochschule für Heilpädagogik.
- Gervasoni, A. (2011). Insights about children's understanding of 2-digit and 3-digit numbers. In J. Clark (Hrsg.), *Mathematics: Traditions and [New] Practices (Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia) and the Australian Association of Mathematics Teachers* (S. 315–323). Adelaide: AAMT and MERGA.
- Girtler, R. (2009). *10 Gebote der Feldforschung* (2. Aufl.). Münster: Lit Verlag.
- Herzog, M., Ehlert, A. & Fritz, A. (2019). Development of a Sustainable Place Value Understanding. In A. Fritz, V.G. Haase & P. Räsänen (Hrsg.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (S. 561–579). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_33
- Inhelder, B., Sinclair, H. & Bovet, M. (1974). *Apprentissage et structures de la connaissance*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Kamii, C. (1989). *Young children continue to reinvent arithmetic – 2nd grade*. New York: Teachers College Press.
- Kramarski, B. & Zoldan, S. (2008). Using Errors as Springboards for Enhancing Mathematical Reasoning With Three Metacognitive Approaches. *The Journal of Educational Research*, 102(2), 137–151. <https://doi.org/10.3200/JOER.102.2.137-151>
- Meyer, S. & Wyder, A. (2017). Mathematik-Kurz-Test (MKT) 1-9. Internet, Zugriff am 2.2.2019. Verfügbar unter: https://www.hfh.ch/de/unser-service/shop/produkt/mathematik_kurztest_mkt_19
- Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche / Dyskalkulie*. Bern: Haupt-Verlag.
- Ruffin, A.-L. (2008). *Stellenwert unter erschwerten Bedingungen entdecken : verbessert aktiv-entdeckender und problemlösender Mathematikunterricht das Verständnis der Stellenwerte bei lernbehinderten Schülern der Oberstufe?*. Unveröff. Masterarbeit. Zürich: Hochschule für Heilpädagogik.
- Wittgenstein, L. (1980). *Tractatus logico-philosophicus, Tagebücher 1914-1916, Philosophische Untersuchungen* (Schriften 1) (4. Auflage.). Frankfurt a.M.: Suhrkamp Verlag.