



Ball spielen und mathematisieren

Gedanken und didaktische Skizzen für Ball- und Zahlenkünstler

Stefan Meyer, Dozent HfH, 26. August 2009; Juni 2019

Inhalt

- Einleitung
- Konzeption der Unterrichtssequenz
- Beobachtungen während der Unterrichtssequenz
- Erste Thesen aus der Analyse
- Der Aufbau der didaktischen Skizze
- Szenarien und Kommentare (Urszenen, 2,3,4,5,6 Kinder)
- Von der Senso- und Soziomotorik des Spiels und der Kommunikation im Spiel zur Einsicht in die Veränderungen zwischen den Zahlen
- Kurzer Kommentar zur Gedankenkarte „Ballspiel“
- Ausblicke
- Literatur

Einleitung

Die vorliegende didaktische Skizze „Ball spielen und mathematisieren“ entstand aufgrund von Erinnerungen von Studenten und Bekannten. Ballspiele aller Art hatten ihnen Gewissheit und Routine im Umgang mit Zahlen gegeben. Den entscheidenden Anstoss bildete eine zehnminütige Sequenz anlässlich eines Unterrichtsbesuch bei A. S., Studentin HfH. Die Publikation geschieht in ihrem Einverständnis, für das ich mich sehr bedanke.

Die Fachdidaktik der Mathematik muss dazu beitragen, dass der Unterricht eine gute Gestalt bekommt. Dieser Grundsatz steht in der Perspektive des Leitbildes der HfH, welches der Kooperation, der Entwicklung und dem Diskurs zentrale Bedeutung zuschreibt. So gesehen wird das Wechselverhältnis zwischen der Lehre und dem Studium mit der Erfahrung trianguliert. Die Studentin schrieb:

„Das Ballspiel habe ich selber entwickelt, jedoch ohne wirkliche Fachliteratur. Meine Gedanken dazu waren: Der Ball war für die Kinder immer eine Motivation gewesen. Deshalb versuchte ich, mit dem Ball die Kinder zum Zählen und zu den Zahlen zu motivieren. Die unterschiedlichen Niveaus versuchte ich damit unter einen „Hut“ zu bekommen, ohne dass ein Kind blossgestellt wird. Die Kinder sind aktiv, denken mit, da sie relativ schnell wieder an die Reihe kommen. Indem der Ball im Kreis reihum gegeben wird, ist es ein Miteinander, wo ich als Lehrperson auch mitspielen kann und die Klasse so coache.“ (e-Mail, 30.06.09)

Die Praxis und die Gedanken einer Lehrperson sind eine Ressource. Oftmals entschuldigen sich Studenten, dass sie dies nicht gelesen und jenes noch nicht bedacht haben. In solchen Situationen erfährt man die existenziellen Verschränkung von Autorität, Schuldgefühlen, Kreativität, Kompetenz und Denknöten und Unternehmergeist. Lehre und Lernen als Entwicklungslogik von Erfahrung zu beobachten, zu analysieren und (ko-konstruktiv) zu gestalten, ist etwas sehr Schönes. Es entsteht eine Verbindung zwischen den Fragen, was lehrt die Praxis, was lehren die Bücher und was lehrt das Verhältnis

zwischen Lehrenden und Lernenden? Derrida (1976, S. 54) schrieb dazu: «Wir müssen also das Eis, oder vielmehr den Spiegel, die Reflexion, die endlose Spekulation des Schülers über den Lehrer brechen und zu sprechen beginnen.» - Robert Walser hat das Thema Dienerschule in seinem Entwicklungs- und Erziehungsroman «Jakob von Gunten» bearbeitet.

Das beobachtete Ballspiel und die entstandene didaktische Skizze sollen eine kreative Pädagogik, rekonstruieren helfen. Die Kinder kommen zu Wort, ihre Interessen werden integriert (Freudenthal; Freire; Derrida). Die Skizze ist Eisbrecher für den Dialog *und* das Tun. Sie bedeutet nicht nur kritische Philosophie, sondern Pädagogik in dialektischer Entwicklung. So entsteht auch Heilpädagogik, welche kritisch zur Ethik, zur Ästhetik und zur Wirksamkeit der Schule beiträgt.

In meiner Rolle als Dozent und Mentor glaube ich, dass guter Unterricht, auch der heilpädagogisch inspirierte, ein Konfliktmodell ist und ein Konfliktmodell bleibt. Die Spendendidaktik verzieht sich nicht über Nacht!

Wer besseres verspricht, hat die Wegweiser der modernen Philosophie, der Psychoanalyse (vgl. Brenner, und der Pädagogik (vgl. Masschelein, nnnn) nicht verstanden. **Die Auseinandersetzung zielt auf Verständigung im Rahmen des Lehrplanes und der Methodenfreiheit.**

Die didaktische Skizze ist so aufgebaut, dass zuerst das praktische Phänomen geschildert wird. Danach wird das Phänomen analysiert und differenzierend ausgebaut. Die Skizze wird mit einem theoretischen Entwurf, vorerst in der Form von kritischen Thesen, abgeschlossen.

Ich hoffe, dass diese Skizze die Lehre, das Studium und die Entwicklung von Unterricht inspirieren.

24. August 2009; 16.10.2017

Stefan Meyer, Dozent HfH

Konzeption der Unterrichtssequenz

Bezüglich der Konzeption schrieb die Studentin:

Jeden Freitag gestalte ich den Einstieg in den Mathematikunterricht bei der 1.EK (Einführungsklasse) mit Lernspielen. Dabei handelt es sich bei den Spielen zu Zähl- und Zahlenmengen. Einige Spiele wiederholen wir in den nächsten Lektionen und andere werden an ihr Lernstandsniveau angepasst. Die Kinder können auch mithilfe neue Regeln zu den Spielen heraus zu finden. Als Einstieg in dieses Thema habe ich von jedem Kind den Lernstand mit Hilfe des flexiblen Interviews erhoben.

Die unterschiedlichen Voraussetzungen der Kinder reichen von einer unsicheren Zähl- und Zahlenmengen bis 20, bis mehr als 10 Elemente zählend erfassen und Zehnerübergang schon sicher können. (S. 12f.)

3.1.2 Bedeutsamkeit/Begründung der Auswahl

Die Unterschiede in der mathematischen Entwicklung sind zum einem grossen Teil sozialisationsbedingt. Kinder, die aus einer sozioökonomischen privilegierten Familie aufwachsen, können beim Schuleintritt bereits besser rechnen, als Kinder aus als Kinder aus benachteiligten Familien (vgl. Moser, Bergweger & Stamm, 2005, S. 77-98; Siegler & Ramani, nnnn). Krajewski (2003) legt in seiner Studie nahe, „dass die mengen- und zahlenbezogenen Leistungen als spezifische Vorläuferfertigkeiten schulischer Mathematikleistungen zu verstehen sind, die Zahleninformationsverarbeitungsgeschwindigkeit zusammen mit der Gedächtniskapazität und der Intelligenz hingegen als unspezifische Prädiktoren, die nicht nur zur Varianzaufklärung der Mathematikleistung, sondern auch der Lese-Rechtschreib-Leistung beitragen“ (Krajewski, zit. Nach Moser & Bergweger, 2006, S. 52) (S. 13f.)

3'	Einstiegsspiel erklären: Ball wird der Reihe kreisum gegeben und dazu bis 20 gezählt. Die gleiche Übung jedoch mit rückwärts Zählen.	Der Ball lenkt vom Zählen ab, das heisst, sie können sich nicht nur auf die Zahlen konzentrieren sondern auch auf den Ball. Schnell ist zu erkennen, wer das Zählen automatisiert hat und wer nicht.	PL
3'	Die Kinder können die Übung mit Zusatzregeln oder Abänderungen erweitern. Wenn die Kinder keine Ideen haben, machen wir folgende Änderung: Der Ball wird kreisum gegeben und vorwärts gezählt. Bei einem klatschen wechselt die Ballrichtung und zusätzlich wird rückwärts gezählt.	Die Kinder werden in das Handeln einbezogen. Die Richtungsänderung erfordert mehr Konzentration und ist eine Leistungssteigerung der vorherigen Übung.	PL S. 16.

Die Konzeption zur beobachteten Schulstunde sah keine Verarbeitung der Erfahrungen aus dem Spiel vor (Anm. Stefan Meyer).

Beobachtungen während des Ballspiels: die ganzen, die geraden, die ungeraden Zahlen

Beobachtungen des Mentors

Die kreativen Spielsequenzen, die Kinder erfinden Spielregeln. Jetzt zählen wir von 15 weiter, nun von 25 retour, usf.

Es herrscht eine ausserordentlich lockere, geistreiche und gut getragene Spielatmosphäre. Die Kinder beherrschen das Ballwerfen gut.

Die Kinder zählen zur Null hin. Irritation macht sich breit. Die Lehrperson setzt eine Schranke, als die Unbekümmertheit des Rückwärtszählens zu den Minuszahlen hin schreitet.

Bei mir taucht die Frage auf: Weshalb die Angst vor dem Übertritt zu den ganzen Zahlen, wenn die Kinder bereit dazu sind? Was bedeuten die willkürlich gesetzten Schranken?

Tipp: die Erfahrung der ganzen Zahlen im Spiel auskosten. Keine unverständlichen Schranken setzen. Den Mut und die Lust im Spiel nutzen als Ressource für die Auseinandersetzung mit der Mathematik (Selbstsicherheit, Selbstkonzepte im Mathematikunterricht, Selbstbild, mathematische Kompetenz).

Die Spielphase dauerte viel länger als geplant. Grund: die Dialoge über die Zahlenreihen, die grosse Kreativität beim Vorstellen und Durchspielen neuer Regeln, die Erklärungen zu den Spielschranken (keine Minuszahlen, nicht zu grosse positive Zahlen verwenden), all dies sprengte das zu kurz angesetzte Ritual.

Beim Phasenwechsel bleiben zwei Mädchen bei der Lehrerin stehen. Eines sagt: „Sie, wir könnten auch so weiter zählen und werfen, immer 1, 3, 5, 7.“ Als sie dies sagte kniff sie die

Augenlider zusammen. Die Lehrperson sagte flüchtig zum ersten Mädchen: „Du meinst die ungeraden Zahlen.“ Das Mädchen blickte sie ratlos an.

Ihre Kameradin hakte nach und sagte: „Man könnte auch so zählen und werfen: 2, 4, 6.“ Auch sie blickte konzentriert zur Decke und zur Lehrperson, während sie die Reihe im Denken versunken vortrug. „Ja, das sind die geraden Zahlen“, erwähnte sie und leitete auf die nächste Unterrichtssequenz über. Die Kameradin gab keine Antwort auf diesen Satz.

Kommentar

Es ist normal, dass der Besuch, das Beobachten durch den Mentor und die verlängerte Spielphase bei der Lehrperson Druck erzeugen. Wie soll das Dilemma zwischen dem Vorwärtsbringen der Lektion und der Entwicklung des Verstehens gestaltet werden?

Mit der Analyse des Ballspiels und der mathematischen Sachverhalte sowie der didaktischen Skizze soll versucht werden, diesem Druck ein menschlicheres Gesicht zu geben.

Das geschieht in erster Linie dadurch, dass die unendlich reichhaltigen und vielfältigen mathematischen Inhalte dieses Spiels erkundet werden.

Das kann dazu beitragen, dass die Lehrperson in einer ähnlichen Situation pädagogisch und mathematisch viel bewusster und freier mit den Spielerfahrungen und den Entdeckungen der Kinder umgehen könnte. Mehr noch, es könnte dazu führen, dass das Spiel und das Mathematisieren prinzipiell in ein neues Licht gerückt werden.

Erste Thesen aus der Analyse der Konzeption und der Beobachtungen

- Ballspiele sind eine universelle Erfahrungsbasis. Dies zeigt das Praxisbeispiel eindrücklich. Die noch fehlende (mathematische) Inhaltsanalyse des Spiels könnte ein Grund sein, dass das Spiel bloss die Funktion eines (psychologisierten) Motivators oder eines Übergangsrituals zwischen dem Ankommen in der Schule und dem Fortfahren im Unterricht hat. In der beobachteten Lektion folgt danach eine neue Tätigkeit.
- Es besteht offensichtlich ein Unbehagen zwischen der Schönheit und Reichhaltigkeit des Spiels und der Unklarheit darüber, wie dieses Spiel in die Mathematikdidaktik integriert werden könnte. Hier geschah die Integration zufällig, lose und viel zu kurz. Die natürliche Zeitnahme für das Spiel steht im Kontrast zur Auslassung von Denkzeit für die Mathematisierung. (Die Auseinandersetzung mit dieser didaktischen Skizze könnte exemplarisch die geforderte didaktische Analyse und Vorbereitung sein, jetzt in der Form einer Nachbereitung einer Unterrichtsbeobachtung.)
- Die generative Methode (vgl. Freire, 1979) zeigt sich als therapeutisches und präventives Programm, hier im Beispiel als bedeutungsvolle Spiel-, Übungs- und Motivationsform. Die Methode gibt den Unterrichtenden und den Lernenden Sicherheit, weil man bedeutungsvolle Phänomene beobachtet, gemeinsam auswählt, mathematisch inhaltsanalysiert, mathematikdidaktisch strukturiert und organisiert und zu guter Letzt als Zeit der Mathematisierung gestaltet. Das Phänomen (Ballspiel) wird zum **Generator mathematischer Kompetenz**.
- Zum Erforschen des generativen Themas gehört eine Sachanalyse der mathematischen Themen und eine Inhaltsanalyse der Spielmöglichkeiten. Dadurch wird das Ballspiel als Phänomen ein Gegenstand der mathematischen Bildung. Dazu gehört das Herstellen von Korrespondenz zum Lehrplan sowie kritisch-konstruktive, pragmatische Bezüge zu den Lehrmitteln.
- Die problemformulierende Methode (Freire, 1979) ist eine forschungsorientierte Basis für Fallstudien, Förderprogramme und für kreative Unterrichtsgestaltungen. Dies ist auch als Theorie der Unterrichtsbesuche und Unterrichtsbesprechungen zu verstehen. Meine Arbeit als Mentor gewinnt durch das Beobachten, Forschen, Beraten und durch das Mitentwickeln eine generative Bedeutung, sie ist nicht autoritäres Kommuniqué, sondern eine Einladung zum kreativen mathematikdidaktischen Gestalten.
- Das Generative hat den Vorrang: es muss nicht der Ball sein, Autos, Plüschtiere, Schiffchen usw. taugen auch. Aufmerksam sein, keine Zwangsrituale mit den Anschauungsmitteln sondern kreative, autonome Auswahl der bedeutungsvollsten Phänomene. Bei Kindern mit mehrfacher Behinderung kann die Wahl des Gegenstandes schon Frucht einer intensiven Beobachtungs- und Erprobungsphase sein.
- Erforschen und kommunikative Validierung der Erkenntnisinteressen in den Lerngruppen sind integrative Unterrichtsvorbereitung (erst forschen, dann lehren (Freire, 2008)). Wenn die Lernziele auf die Erkenntnisinteressen abgestützt werden, steigt die Wirkung und die Zufriedenheit.
- Weiter gehört dazu, dass man die Mathematisierungsmöglichkeiten in den Zusammenhang stellt mit dem Lehrauftrag gemäss Lehrplan und mit den Angeboten aus den Lehrmitteln. Die beiden letzten Punkte gewährleisten eine doppelte, aber kritische Vernetzung mit den spenden- und mathematikdidaktischen Gewohnheiten. Dabei sind der Fotokopierer oder das Internet die Generatoren. **Wirksamkeit!!!**
AF
- Mathematisierung von Erfahrungen mit Ballspielen als Prozess und als Grundstein arithmetischer Kompetenzen: das heisst: man macht sich in und aus den Phänomenen heraus kundig in mathematischen Symbolisierungsmöglichkeiten.

Aufbau der didaktischen Skizzen

Unter didaktischen Skizzen verstehen wir die grobe Darstellung von Zusammenhängen von Inhalten, Handlungen und Abläufen im Unterricht. Die Skizzen möchten plausibel machen, dass das Ballspiel eine pädagogische Erfahrungsgrundlage für bedeutsame Mathematik sein kann.

Dies kommt zustande durch das Mathematisieren (Krygovska (1968), durch das Problemlösen, durch das Gewinnen von Erkenntnissen, durch das Entwickeln von Vorstellungen, sowie durch das Erwerben, das Üben und das Anwenden von Fertigkeiten. Die Zielebene ist in den Skizzen noch nicht definiert. Wir möchten nicht für virtuelle Schüler und Klassen phantasierte Ziele setzen.

Als Wegweiser zur Zieldiskussion soll die Beobachtung über die beiden Zahlenreihen der Mädchen dienen (1, 3, 5, 7... bzw. 2, 4, 6...). Die Untersuchung der Entdeckung der Reihen könnte im Mathematikunterricht genauer untersucht werden.

Ein Ziel könnte lauten, dass die Schüler und Schülerinnen Formen und Methoden finden, um die Untersuchung durchzuführen. Bei den Formen könnten sie z.B. mit dem Ballspiel oder den Plättchen oder dem Zahlenstrahl Modelle herstellen. Was die Methoden betrifft, so würden das Legen, das Zeichnen, das Beobachten und das Referieren durch die Schüler erprobt. Dabei sollten sie erkennen, dass die Differenz zwischen den Zahlen immer 2 ist. Sie würden erkennen, dass bei geraden Zahlen der Ball immer zu derjenigen Person kommt, die den ersten Wurf getätigt hat. Bei ungeraden Zahlen bliebe er immer bei der Person, welchen den ersten Wurf erhalten hat. Das Benennen der beiden Reihen als gerade und ungerade Zahl.

Die Mündlichkeit ist *eine* Darstellungsform der Zahlen (vgl.



Duval, 1993). Schriftliche Symbole könnten mit Hilfe von *Schrittzählern* ins Spiel gebracht werden. Die Kinder würden die Spiele *ausgehend von interessanten Fragen* beobachten und zählend registrieren. Achten Sie darauf, dass von den Fragen der Kinder ausgegangen wird und klären Sie die Bedeutsamkeit der Fragen im Dialog.

Notizen zu den Darstellungsformen (Bruner et al., 1971):

- Das Szenarium (enaktiv): Dies ist in den Bildtafeln, z.B. „2 Kinder“ dargestellt, siehe unten. Enaktiv bedeutet mehr als bloße Sensomotorik. Die Bedeutung der sprachlichen Kommunikation, also der Mündlichkeit, kann nicht genug betont werden.
- Die Ikonisierung: Bilder herstellen lassen, Fotos oder Videosequenzen beobachten und erfassen. Beachte auch hier die Bedeutung der sprachlichen Kommunikation.
- Die Symbolisierung: Symbolsprachen (Schriftsprache, math. Zeichen) als Stellvertreter für die Erfahrung und die materialisierten Einsichten.
- Routinisierung in allen Richtzielen bzw. Handlungsaspekten der Mathematik

Erkenntnistheoretische Notiz:

Motor für den „Denkdruck“ (Wagenschein, 1999), d.h. für die Neugier nach Einsicht ist die reflektierende Abstraktion (Piaget, 1977), welche zuerst die Einsicht in die Erfahrung herausfordert, um später die Einsicht in das Denken, welche mündlich geäußert und in den Symbolsprachen dokumentierbar ist, hervorzulocken. Dies soll getragen sein von empathischer Kommunikation (Freire, 1979, 2008).

Urszenen

Kleinkind



Vater / Mutter

Pädagogisch-psychologische und mathematische Variationen zur Urszene

- Beziehung zum Ball, soziale Beziehungen untereinander, die operative Triangulierung in der Familie / in der Freizeit, es sind früheste Objektbeziehungen und Objektbegriffe, welche im Spiel mit Angehörigen aufgebaut werden. Dies wird z.B. in Tyson (2001) sorgfältig beschrieben.
- Sensomotorik (das „Nomol“, dt. das „Noch Einmal“) – das Andeuten über Gesten, Mimik, Atmung, Laute), die Bewegungsvariationen als Zeichen von frühen Begriffen der Anzahl, der Einheit usw. (Haberzettl, 1997).
- Die sprachlichen Äusserungen wie das „Noch Einmal“ oder die sozialen Begrenzungen wie: „Jetzt noch drei Mal, dann musst du ins Bett gehen“, diese Begrenzungen wirken als Begriffsbegründerinnen, welche die Zahlen (inkl. die Zahlwörter) im Zusammenhang mit Handlungen und Werten begreifen lehren. Die Einsicht als psychosozialer Akt umfasst das Gehorchen wie das Feilschen um neue, grössere Zahlen, sprich Intensität von Spielhandlungen.
- Das „Nomol“ als Objekt-, Mengenbegriff eins. Aber ebenso das „Urmal“ (=Operator).
- Der Operator muss nicht nur das Hin oder das Her bedeuten, er kann auch als Ganzheit der Teile des Hin und des Her aufgefasst werden. Dadurch wird das Spielen protoquantitativ ausgebaut, d.h. länger und intensiver gemacht, getragen vom Wunsch, dass das Kind möglichst lange spielen möchte. Das ist eine wichtige Entdeckung und Abstraktion des einfachen „Nomol“. Die Spielzeit, der Spielraum werden ausgedehnt als Plattform für die Vermehrung von Spielhandlungen und immer wieder angetrieben vom „Nomol“.
- „Wer beginnt?“ „Zuerst du, danach ich.“ Solche Situationen weisen auch auf ein ursprüngliches Verwenden der Reversibilität: Die Spielhandlungen $A - B - A - B$ sind identisch mit den Handlungen $B - A - B - A$.

Muster Feigenson: So

2 Kinder

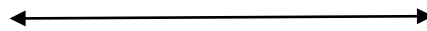


A

1

3

5



B

2

4

6

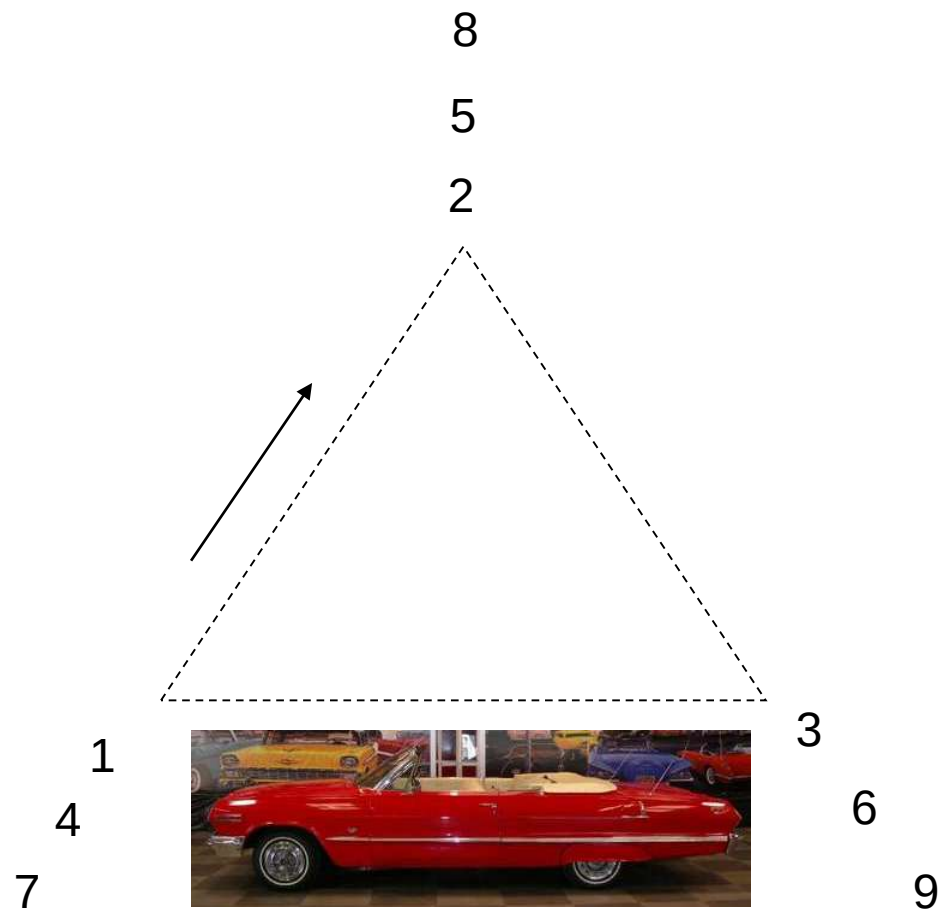
Pädagogisch-fachdidaktische Variationen zum Spiel zwischen 2 Personen

- Die Spieler sollen das bedeutungsvollste Spielobjekt (Auto, Ball, Stofftier, Marmelade, u.a.) selber wählen dürfen.
- Die enaktiven Spielrunden sind frei und kreativ. Das heisst, sie sind frei für die Entwicklung von Regeln und Spielverläufen.
- Die ikonische Darstellungsweise fragt nach dem Festhalten von Daten zu Spielerfahrungen mittels Fotos, Zeichnungen, mündliche Kommentare, Zahlen
- Die symbolische Darstellung rekonstruiert die Spielszene mit Hilfe der Zahlensymbole und der Schriftsprache

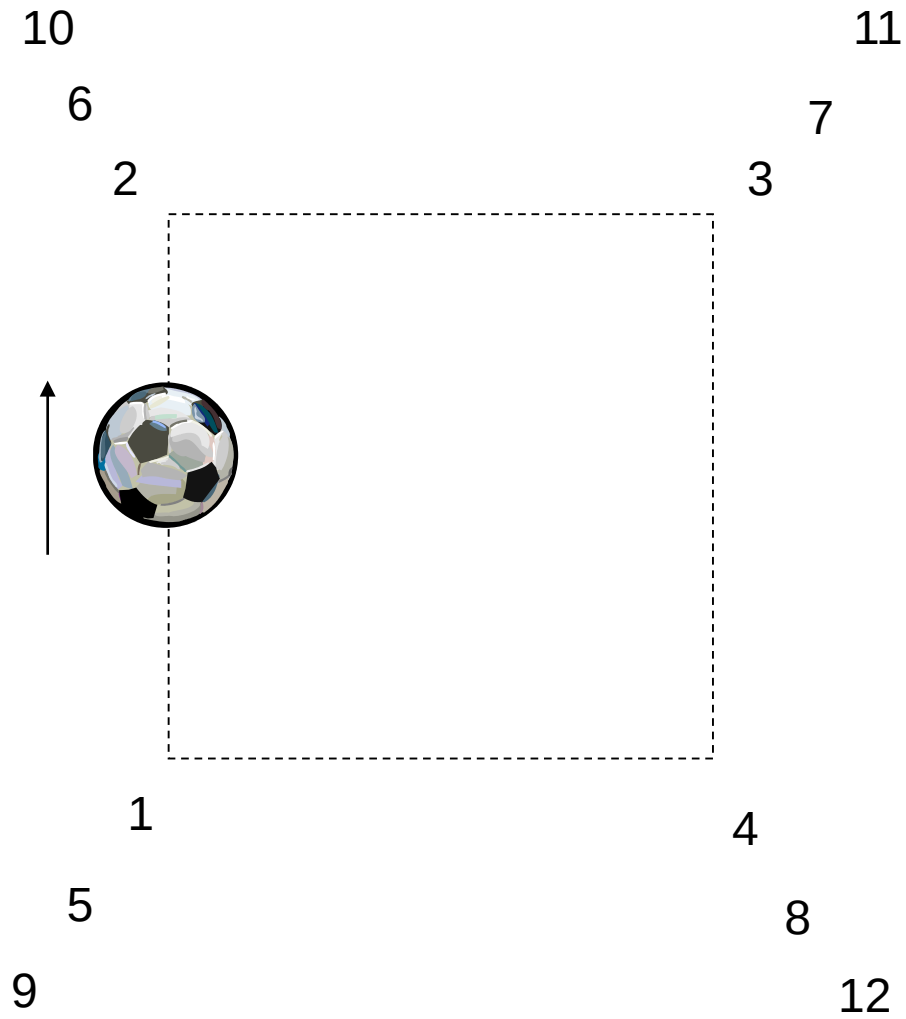
Zentral: Während allen Phasen der Auseinandersetzung können erkenntnisleitende Fragen oder Probleme entstehen. Das gilt es aufmerksam zu beobachten. Diese Erfahrungen können Türöffner darstellen für pragmatische Problemlösungen.

Zentral: Die didaktischen Skizzen ja nicht kleinschrittig und stereotyp in eine Abfolge bringen. Neugier und Betroffenheit sollen die Differenzierung der Auseinandersetzungen und die Sequenzierung der Handlungen regeln. Dazu gehört z.B. auch, dass die Lehrperson entscheidet, dass ein Konflikt aus einem Spiel ikonisch rekonstruiert und arithmetisch einsichtig gemacht wird. Durch diese sachlich-soziale Klärung kann man sich mit dem Konflikt und den Beteiligten verständigen lernen. Die herausgearbeitete Wahrheit der Zahlen fördert die Verständigung über die Gefühle (z.B. die Erfahrung von Gerechtigkeit).

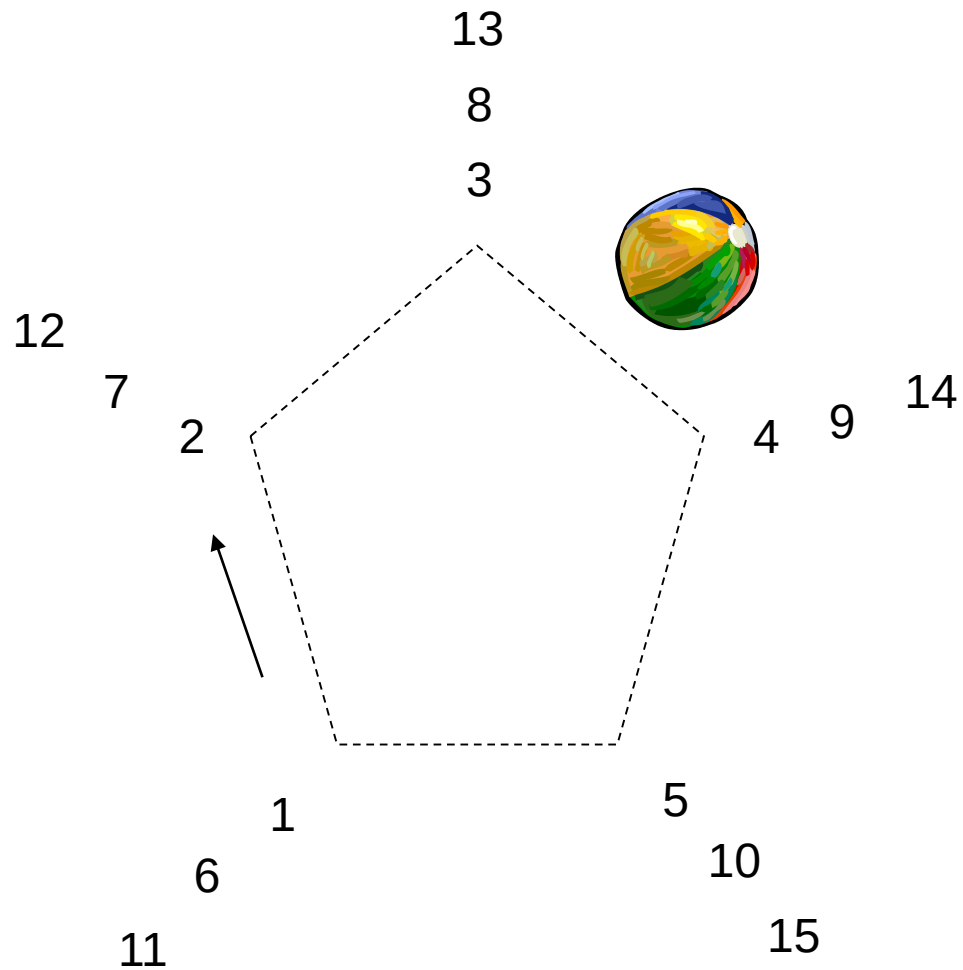
3 Kinder



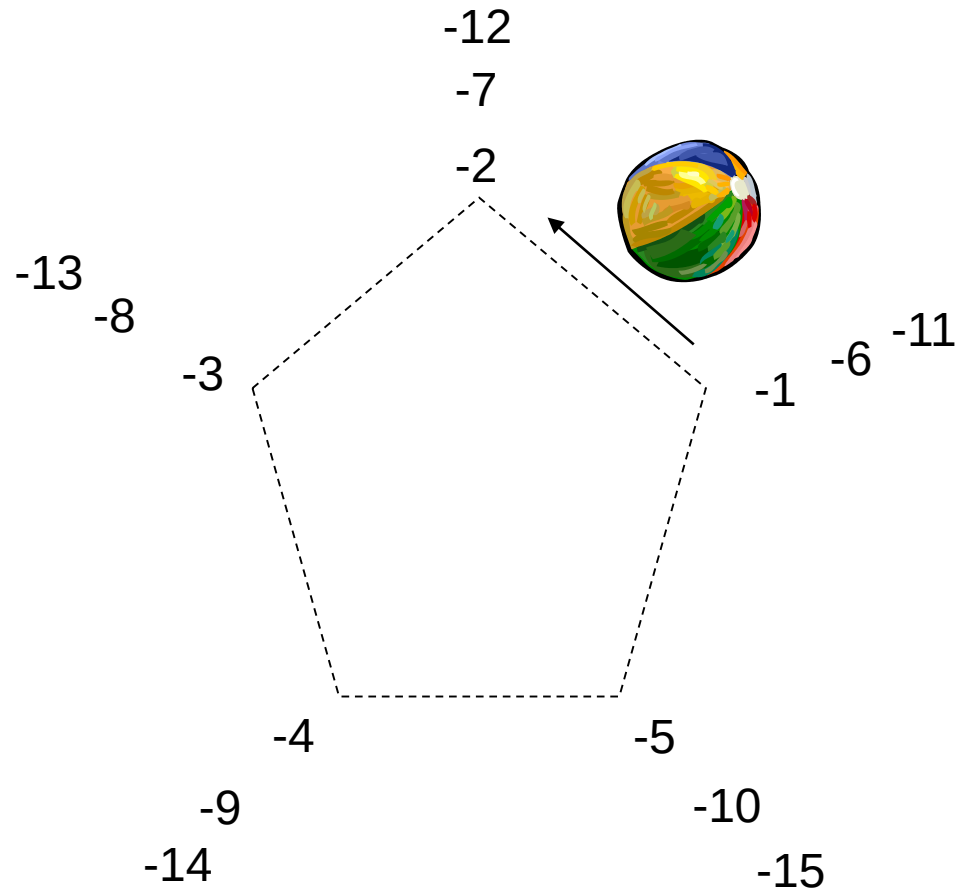
4 Kinder



5 Kinder: vorwärts im Uhrzeigersinn



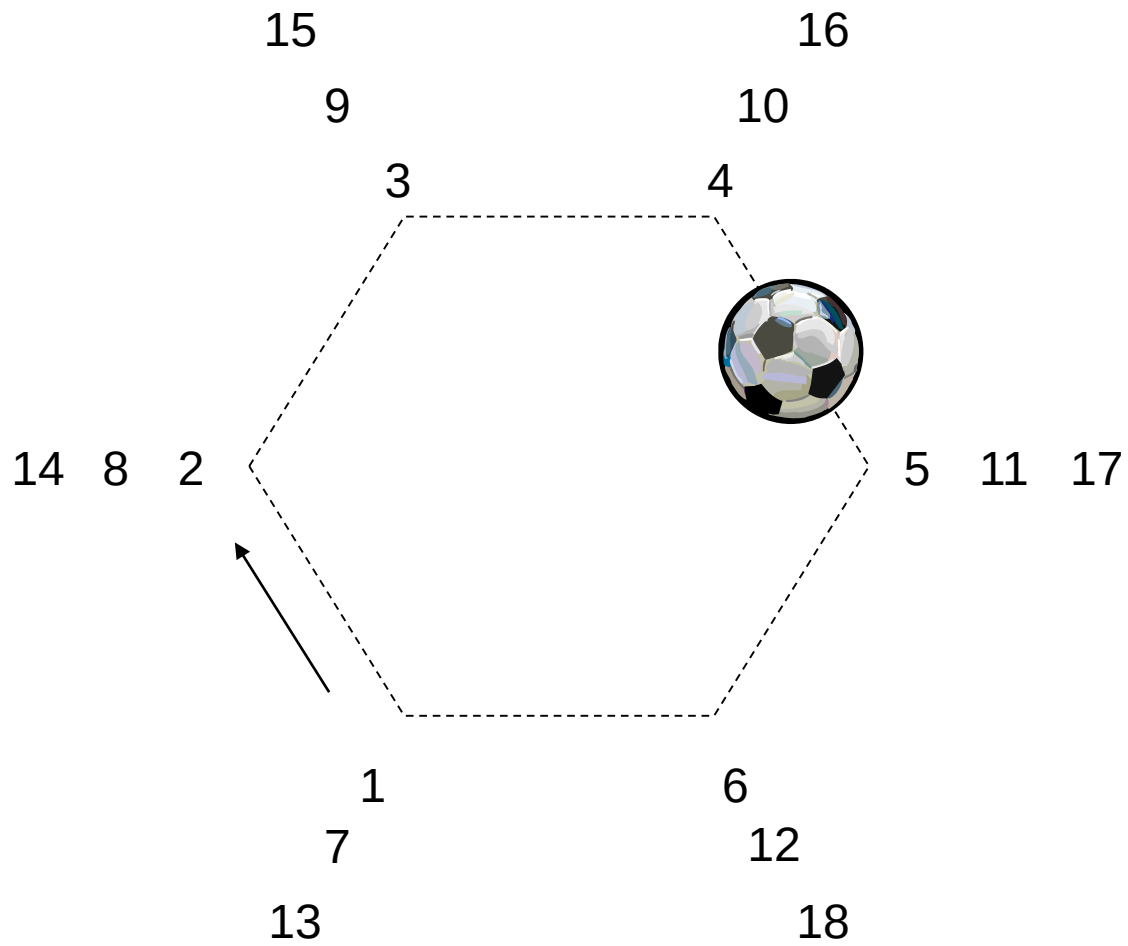
5 Kinder: rückwärts, gegen den Uhrzeigersinn



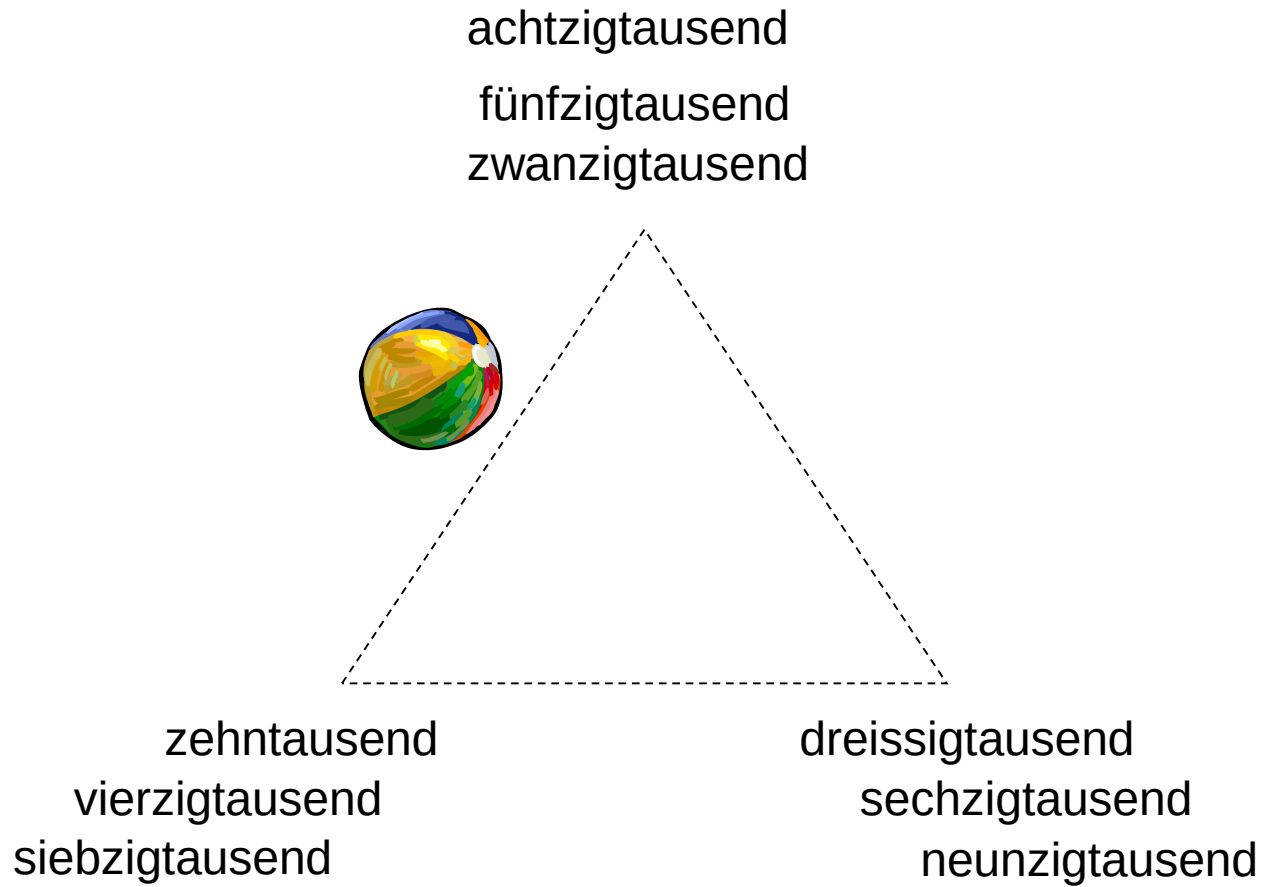
5 Kinder: rückwärts, gegen den Uhrzeigersinn - Kommentar

- In der Unterrichtssequenz von A. Sp. warfen sich die Kinder und die Lehrperson den Ball auch rückwärts zu. Dabei nannten sie die passende Zählzahl.
- Als sich die Runde der Zahl Null näherte, unterbrach die Lehrerin das Spiel: „Nein, nicht mehr weiter, lasst uns wieder vorwärts spielen.“
- Diese Geste unterbrach die Neugier, die Lust und den Schwung der Kinder. Sie unterband auch die Erfahrung, dass man ohne weiteres mit dem Zählen (der ersten und wichtigsten Mathematik nach Freudenthal (1976)) ohne Probleme zu den ganzen Zahlen übergehen kann. Was bedeutet „vorwärts“ und „rückwärts“ bei den positiven bzw. negativen Zahlen? Diese Frage könnte auf der Grundlage des Spiels schon von Schulanfängern gut erforscht werden.
- Die kritische Analyse der Ideologie dieser Geste böte auf allen Ebenen ein Spiegelbild der herrschenden mathematikdidaktischen Praxis. Sie würde zeigen, in welcher demütigende Normen eine Lehrperson bewusst und unbewusst eingezwängt ist und sich einzwängen lässt. Sie würde zeigen, *dass befreiende Pädagogik bei der Lehrerbildung beginnen muss.*
- Die Befreiung von bornierenden und bornierten Handlungen ist ein Zweck dieser Folien: Die Praxis widerspiegelt sich in den spontanen Äußerungen, Vermutungen, Behauptungen, Entdeckungen, Fragen und Problemen in einer konkreten Praxis. Die Mathematisierung der Erfahrung und der Neugierde der Kinder schafft die von der Disziplin geforderte Abstraktionsleistung. Die Verbindung von Aktion und Reflexion ermöglicht eine befreiende, integrative Pädagogik. Dann erst versteht man Cantor's These: „Das Wesen der Mathematik besteht in ihrer Freiheit.“

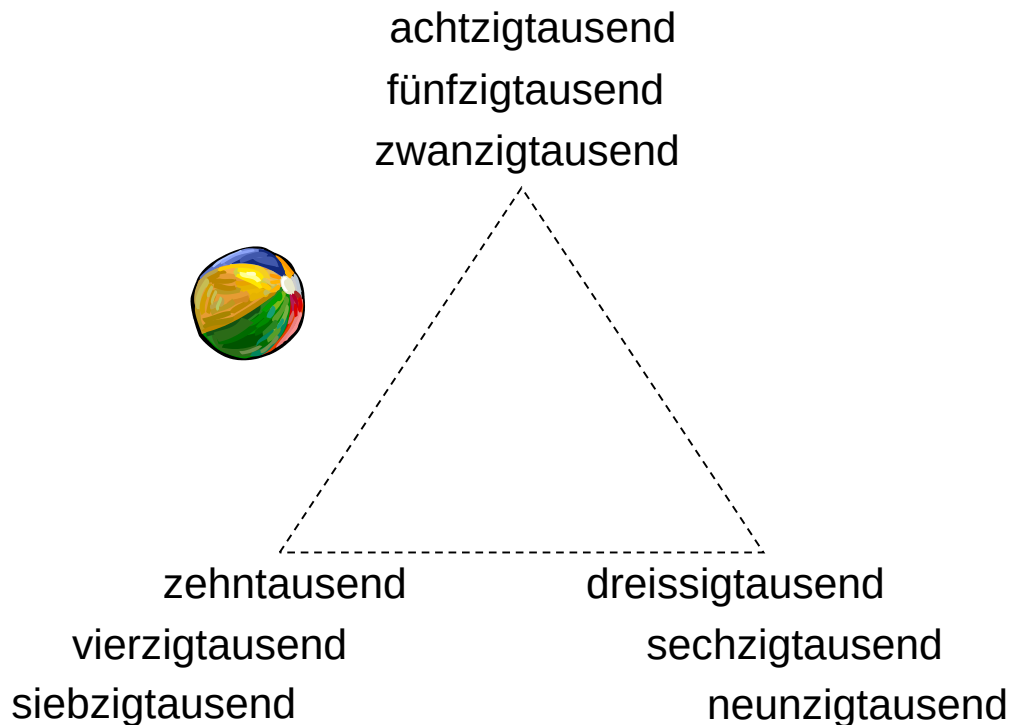
6 Kinder im Uhrzeigersinn



3 Kinder grosse Zahlwörter

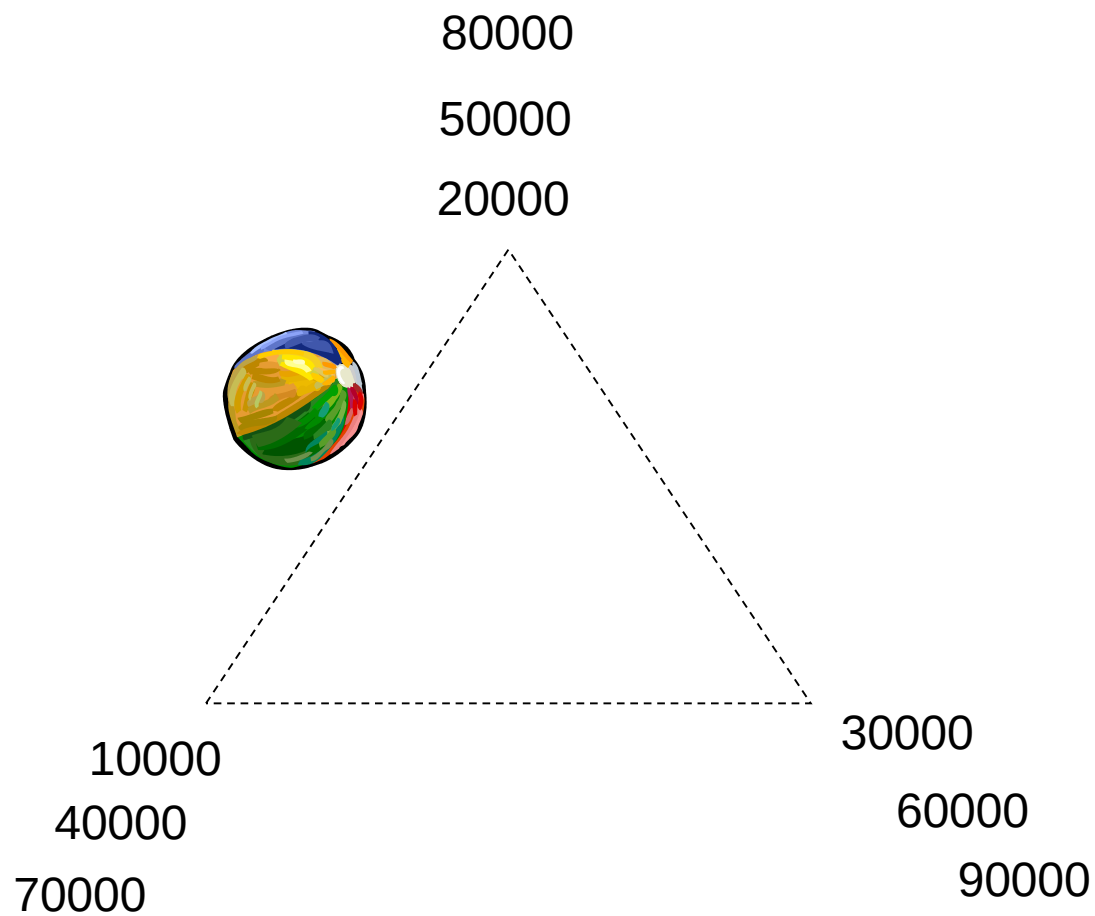


Kommentar: 3 Kinder grosse Zahlwörter

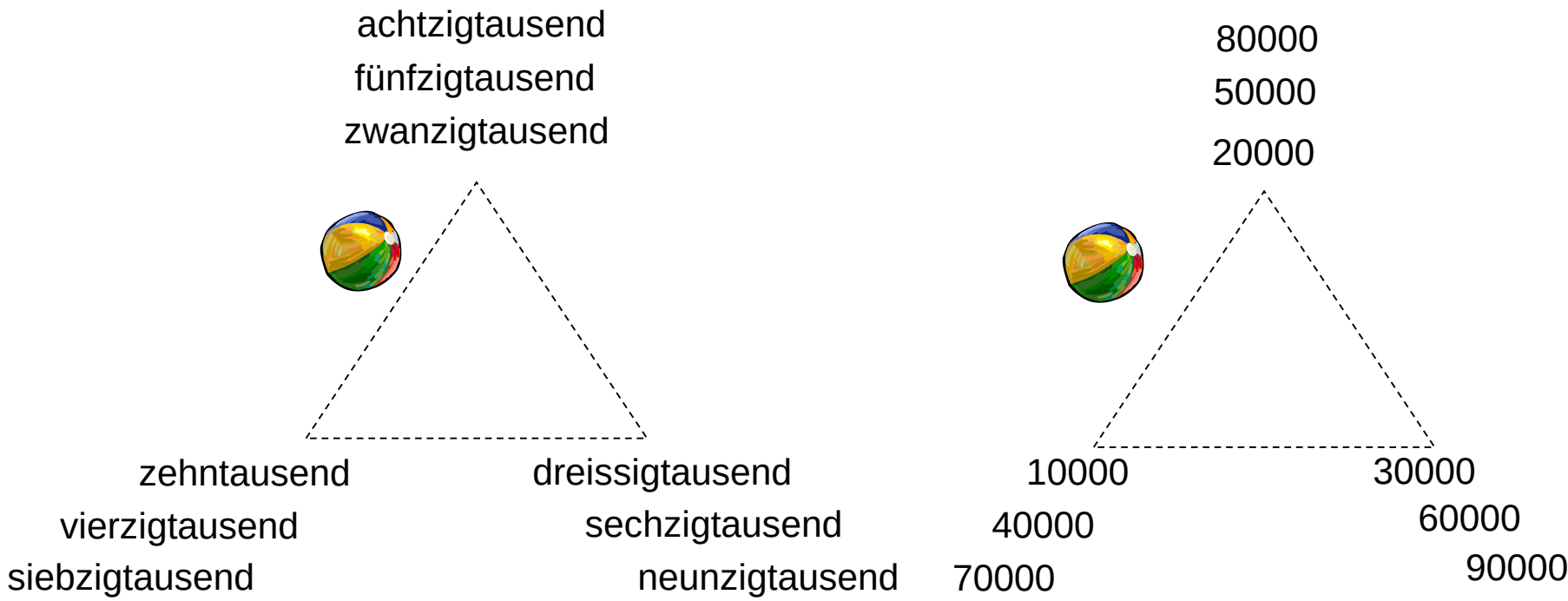


Man sagt „zehntausend“, nicht „eins, null, null, null, null“. Das Vocabulaire der Zahlwörter wird im Spiel mit den Gesten (Blick, Mimik, Armbewegung, usf.) in eine Korrespondenz gebracht. Im Spiel koinzidiert Sensomotorik mit Sprache in einer neuen Logik, es entsteht ein Produkt (Resultat von Multiplikationen), nicht Summe von Einzelheiten. Pro Wurf gilt hier der Zähl- und Sprechakt in Schritten von Zehntausenden, je nach Wurfrichtung vorwärtszählend oder rückwärts zählend (Haberzettl, 1997).

3 Kinder grosse Zahlen



Kommentar: 3 Kinder grosse Zahlwörter und Zahlen



Das Herstellen der Korrespondenz geschieht nun auf symbolischer Ebene. Die Erfahrungen im Spiel und die sprachliche Kompetenz haben eine Anker- und Brückenfunktion. Das erfordert Lernzeit und bewusste Auseinandersetzung (auch Übung). Die Zahlbegriffe (kardinal) und die operationalen Begriffe kommen noch dazu. Die Zahl ist nicht mechanisches „Abbild einer Menge“, sondern Ausdruck unendlicher Operationen des menschlichen Geistes. Mathematikdidaktik ist deshalb auch Hebamme während der Entwicklung des mathematischen Operierens und der Entwicklung der Zahlentheorien der Kinder.

Hunderterfeld N_0 , Matrix, die zeigt, warum die Null wohin gehört.

$x \cdot E, \text{ mit } x \geq 0 \text{ bzw. } < 9$

	0	1	2	3		9	E
0	0	1	2	3		9	
1	10	11	12	13		19	
2	20	21	22	23		29	
...							
9	90	91	92	93		99	
Z							

$y \cdot Z, \text{ mit } y \geq 0$

Matrizen

	A	B	C	D	E	+ 1
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
...						
46						
47						
48						
49						
50						

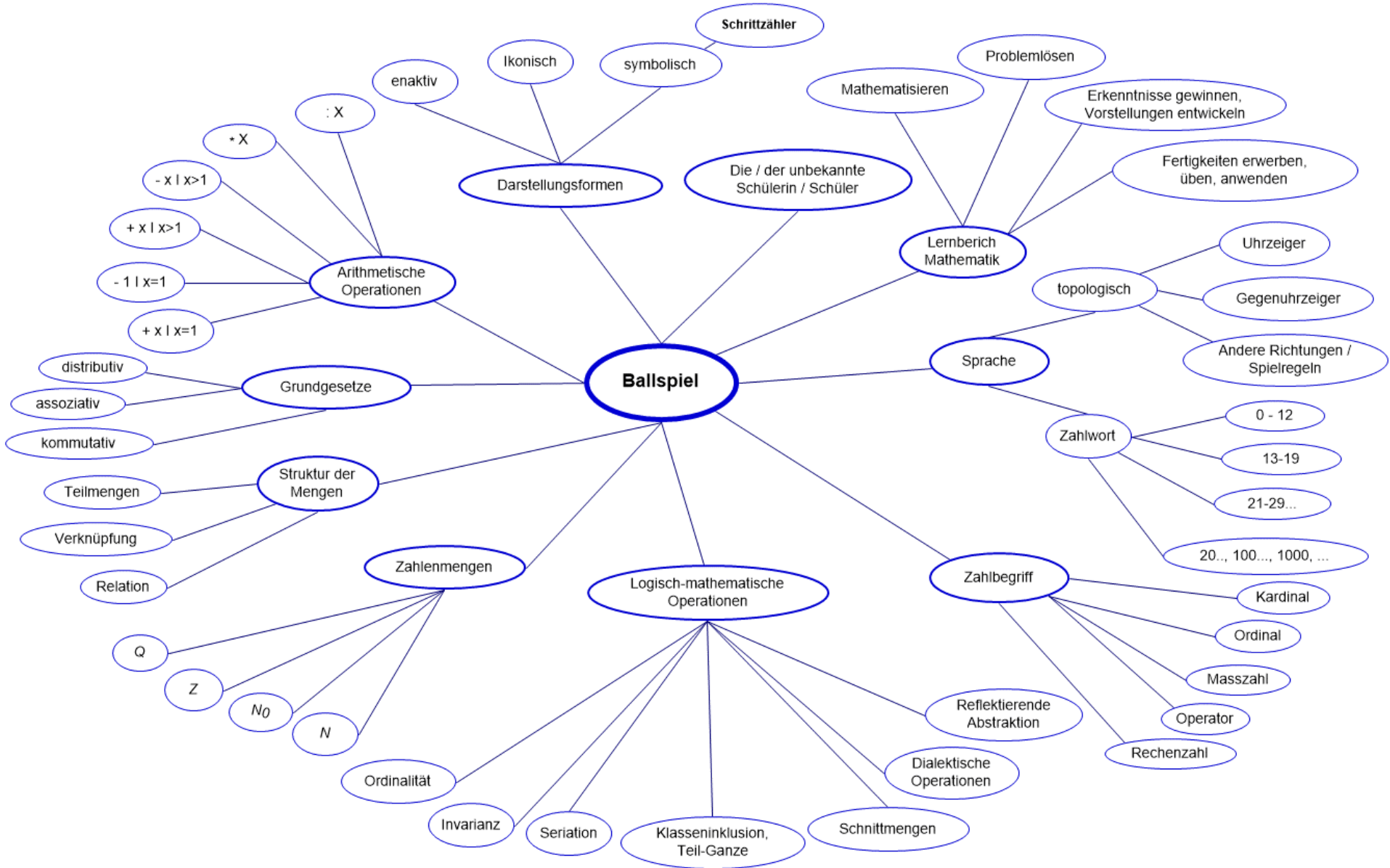
Von der Senso- und Soziomotorik des Spiels und der Kommunikation im Spiel zur Einsicht in die Veränderungen zwischen den Zahlen (Kommentar zu den Matrizen)

- Die bildhaften Rekonstruktionen wurden eher den *topologischen Regeln der Darstellung* gerecht (Basieux, 2000).
- Die topologische Darstellung enthält die Reihen und das Mal auf anschaulichere Weise, sie ist dem Spiel noch nahe. Die Darstellungsweise muss den Kindern unbedingt angeboten werden.
- Mit den Matrizen wird die *relationale Darstellungsweise* der Zahlen (die Reihe und das Mal) erfasst. Das ist eine abstraktere Form.
- Die bildhafte Darstellung, aber auch die Matrizen laden dazu ein, über Rechengeschichten die Spielerfahrung zu rekonstruieren und dabei auch die additiven bis hin zu den multiplikativen Relationen zwischen den Zahlen zu bestimmen.
- Wichtig: Lassen sie die Schüler selber über die Darstellungsformen entscheiden, mal sind es mündliche, logisch-mathematische Äusserungen, mal sind es Zeichnungen, mal Prosasätze und hoffentlich mehr und mehr Darstellungen in der mathematischen Symbolsprache. Da kann der **Schrittzähler** extrem gute Dienste leisten, weil er Kindern hilft, Beobachtungen 1:1 zu registrieren, auch wenn sie die Zahlwörter noch nicht lesen und benennen können.
- Die Frage der Andern ist jedoch immer im Spiel: Kannst du das so zeigen und sagen? Kannst du diese Zahl auf dem Schrittzähler lesen? Das „Kannst-Du“ ist das dialogische, ins Soziale getragene Erkenntnisinteresse, das die Lehrperson oder die Kameradin oder der Kamerad formulieren kann. Im Rahmen solcher Fragen generieren die Kinder auch eigene Lernziele.

Das Zehnerle

den Ball mit beiden Händen an die Wand werfen, einmal aufspringen lassen und fangen.	10-mal
den Ball mit beiden Händen an die Wand werfen und sofort wieder auffangen.	9-mal
den Ball mit der rechten Hand an die Wand werfen und sofort wieder auffangen.	8-mal
den Ball mit der linken Hand an die Wand werfen und sofort wieder fangen.	7-mal
den Ball mit beiden Händen an die Wand werfen, vorne in die Hände klatschen und wieder fangen.	6-mal
den Ball mit beiden Händen an die Wand werfen, hinten in die Hände klatschen und den Ball wieder fangen.	5-mal
den Ball unter dem rechten Bein an die Wand werfen und gleich wieder fangen.	4-mal
den Ball unter dem linken Bein an die Wand werfen und gleich wieder fangen.	3-mal
den Ball an die Wand werfen, sich einmal drehen und den Ball wieder fangen.	2-mal
den Ball rückwärts an die Wand werfen, sich umdrehen und den Ball sofort wieder fangen.	1-mal

Sach- und didaktische Analyse



Kommentar zur Gedankenkarte „Ballspiel“

- Die Gedankenkarte illustriert die Schlüsselwörter der Sach- und der didaktischen Analyse.
- Es geht nicht nur um das mechanische „Worum-es-geht“ einer Aufgabe, sondern um das Wesen eines Themas unter dem Gesichtspunkt der Komplexität.
- Mitteilungszeichen oder Indikatoren sind Resultate von Multiplikationen (also Produkte).
- Summen!!! von Prozessen des Lernens, sowie Unsummen von gelösten Aufgabenbatterien sind eher Indikatoren des «Durchnehmens» und Erledigens von Stoff. Es genügt, wenn die SuS und die Lehrpersonen kritisch gefragt werden, was sie verstanden haben.
- Die Gedankenkarte fasst die Theorie von „Ballspielen und mathematisieren“ sowie der damit verbundenen Denkschulung (Metakognition, reflektierende Abstraktion) zusammen.
- Man folge zuerst dem inneren Kreis der Gedanken. Dieser formatiert die Grundstruktur. Der Text dazu ist im Aufbau.
- Was die Pragmatik, die Anwendungsseite, betrifft, so erleichtert die Projektmethode nach Frey (2010) die Implementierung dieses Ansatzes im Unterricht. Ich habe eine **Projektskizze nach der wissenschaftlichen Methode von Freire** (1979) im Wordformat verfasst, welche als roter Faden dient für die Herstellung einer Ablaufskizze.
- Wenn die Kinder Freude am Ballspiel haben, so sollte man sie täglich üben lassen. (Geschicklichkeit, Animation von Pausenaktivitäten).
- Für die Mathematisierung sollte man wöchentlich eine Mathematikstunde oder eine Doppelstunde reservieren. Der Ansatz soll als Projekt neben dem gewöhnlichen Mathematikunterricht installiert werden.
- Stichwort «reflektierende Abstraktion». In Anlehnung an die Kognitive Akzeleration (vgl. Adey, 2008; Piaget et collaborateurs, 1977) und an verschiedene Aktionsforschungen der HfH (vgl. NN) vertiefen gezielte metakognitive Fragen die Einsicht in die Spiele und in die Mathematisierung. Die Fragen sind auf die Sach- und die didaktische Analyse und auf Beobachtungen abgestützt. Debriefing nach dem Spiel, prozessbegleitend sowie auch nach Arbeitsphasen der Mathematisierung oder der Denkschulung zu ausgewählten Phänomenen oder kognitiven Konflikten..

Ausblicke in Thesenform

- Induktiv, pragmatisch aufgebaute Mathematikstunden sind den Schülerinnen und Schülern näher als uferlose Aufgabendidaktik.
- Auswirkungen der Aufgabendidaktik: Sachzwänge, Zwangsneurosen, Wiederholungszwang, mechanisches. lineares Steuern der Prozesse, Röhrenblick. Die Störungen der Lernprozesse besser lesen, verstehen und erörtern lernen: Systemisch-individuenzentriert
- Ideologische Steuerung der Lernprozesse. Die Wahrheit der Fachdidaktik Mathematik wird v.a. über die Macht der Lehrperson und die in die Lernorganisation integrierte Setzung der Lehrperson über die richtigen Lernwege ausagiert. Es wird immer wieder versucht, die Lernorganisation entwicklungspsychologisch zu legitimieren. Freudenthal (1991) hat das in der Luft zerrissen.
- Die Einseitigkeit kann durch Dialogik und Erforschung der Lerninteressen, der Lernprobleme und der Erforschung der Erlebnisstörungen im Mathematikunterricht gemildert werden.
- Mathematikunterricht heilt, wenn er gut ist. Die Spaltung zwischen Psychotherapie hier und in Wochenpläne integrierte Arbeitsblätter dort kann durch guten Mathematikunterricht aufgehoben werden. Es ist Unterricht, der die Gefühle der Lehrenden und Lernenden wirkungsvoll integriert.
- Das Wesen der Mathematik kann nur in einer Mathematikdidaktik mit menschlichem Antlitz zum Tragen kommen. Alles andere ist Antididaktik (Freudenthal, 1976) und Ökonomie des Hornvieh's (Nietzsche, 2004) und Entfremdung.
- Empathie gegenüber Phänomenen aus der Erfahrungswelt der Lernenden statt Kauf- und Spendenrausch mit Lehr- und Hilfsmitteln.
- Freire's These auch in der Mathematikdidaktik überdenken: Die Herrschaft der Fibeln zerstört die Kreativität. Der Dialog und der Forschergeist sind die Autorität, nicht die durch die Fibeln erwirkte Aufgabendidaktik.
- Vielseitiger, offener Übungsunterricht auf allen Ebenen, in allen Richtzielen und Handlungsorientierungen der Mathematikdidaktik.
- Der erfahrungsorientierte Zugang als bedeutungsvolles und effizientes Lernen, *integrative Didaktik über sinn- und gruppenstiftende Phänomene*, Erfahrungen des Angenommenseins in der Mathematik (sich annehmen, den andern annehmen, uns annehmen, eine Aufgabe annehmen (Freire, 1979 2008)). Die integrative Didaktik versteht sich landläufig als Prozessorganisation und Prozessgestaltung vielfältiger Umgänge mit dem Lernen. - Die genaue Analyse der Prozesse deckt erst auf, ob die integrative Didaktik Bildungsinhalte von aussen an die Kinder heranträgt oder ob die Bildungsinhalte als Bezüge zum Leben im Innern der Lerngruppen wahrgenommen, erkannt und sozial gemeistert werden, auf einem induktiv-dialektischen Weg (= politisch-demokratisch), nicht aus den Datenbanken des Wissens herbeigezogen.
- Generativ-erfahrungsorientierten Umgang mit Erfahrungen der Lernenden pflegen (Kamii, 2000, 2004; Freire, 1979).
- Die CGI-Levels: nicht jede Lehrperson versteht unter „Ballspielen und mathematisieren“ dasselbe. Das Spektrum ist breit, es reicht vom aufgabendidaktischen Röhrenblick bis hin zum forschenden und offenen Integrieren der Lebenswelt in die Mathematik der Kinder und umgekehrt, der fortschreitenden Mathematisierung und Abstraktion von Erfahrungen.
- Die Kultur und die Technik des forschenden Lehrens und Lernens, die Metaplantchnik, die Projektmethode, der Übungsunterricht sowie effiziente und beziehungsreiche Trainings sichern die Öffnung des Unterricht. Öffnung mit den Lernenden und den Lehrenden gestalten, nicht für sie!
- Routinen aus Erfahrung und Einsicht aufbauen.
- Pflege kritisches Denken, Empathie, Erfahrungen anstelle von Ideologiegläubigkeit oder Bürokratisierung der Mathematikdidaktik (Bankierskonzept, bedeutungsarme Arbeitsblätter, unbewusst gemachte Aufgabendidaktik, mechanische Einführungen in die Themen).
- Markman's (1973) Beweis beachten, dass sich das logische Denken in gewohnten Stoffen leichter entfaltet als in neuen.

Literatur

- Adey, P. (Hrsg.). (2008). *Let's Think! Handbook. A Guide to Cognitive Acceleration in the Primary School*. London: GL assessment.
- Basieux, P. (2000). *Die Architektur der Mathematik. Denken in Strukturen*. Reinbek b. Hamburg: Rowohlt.
- Bruner, J. S., Olver, R.R., Greenfield, P.M. (1971). *Studien zur kognitiven Entwicklung: eine kooperative Untersuchung am "Center for cognitive studies" der Harvard-Universität*. Stuttgart: Klett.
- Derrida, J. (1976). *Die Schrift und die Differenz*. Frankfurt a.M.: Suhrkamp Verlag.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.
- Freire, P. (1979). *Pädagogik der Unterdrückten*. Reinbek b. Hamburg: Rowohlt.
- Freire, P. (2008). *Pädagogik der Autonomie. Notwendiges Wissen für die Bildungspraxis*. Münster: Waxmann.
- Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe* (2., durchgesehene Auflage Bd. 1 und 2). Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Frey, K. (2010). *Die Projektmethode. Der Weg zum bildenden Tun* (11., neu ausgestattete Aufl.). Weinheim: Beltz Verlag.
- Haberzettl, W. (1997). *Sensomotorisches Tun. Philosophische Untersuchungen im Anschluss an Husserl und Piaget*. Dettelbach: Verlag J.H. Röll.
- Kamii, C. (2000). *Number in preschool & kindergarten* (8th Printing). Washington: National Association for the Education of Young Children.
- Kamii, C. (2004). *Young Children Continue To Reinvent Arithmetic. 2nd Grade* (2nd ed). New York: Teachers College Press.
- Krygovska, A. Z. (1968). Processus de la mathématisation dans l'enseignement. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 9-16.
- Markman, E. M. (1973). The Facilitation of Part-Whole Comparisons by Use of the Collective Noun "Family". *Child Development*, 44, 837-840.
- Meyer, S. (2009). *Dialogisches, problemformulierendes Unterrichten. Prozessentwurf*. Unveröff. Reader, interkantonale Hochschule für Heilpädagogik, Zürich.
- Nietzsche, F. (2004). Ecce homo. In G. Colli, Montinari, M. (Hrsg.), *Friedrich Nietzsche: Sämtliche Werke. Kritische Studienausgabe*. (Bd. 6, S. 255-374). Berlin: de Gruyter GmbH & Co.
- Piaget, J., et collaborateurs. (1977). *Recherches sur l'abstraction réfléchissante. 1. L'abstraction des relations logico-arithmétiques*. (Bd. 1). Paris: Presses universitaires de France.
- Sinclair, N., Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2003). Number Worlds: Visual and Experimental Access to Elementary Number Theory Concepts. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(3), 235–263.
- Wagenschein, M. (1999). *Verstehen lehren*. Weinheim: Beltz Verlag.
- Walser, R. (1985). *Jakob von Gunten*. Zürich und Frankfurt a.M.: Suhrkamp Verlag.